

Chapitre 1 Generalites sur la propagation des ondes electromagnetiques 1.1 Bref historique Reprenant les travaux d'Ampere, Gauss et Faraday, J. C. Maxwell apporta en 1864 la formulation la plus complete des lois de l'electromagnetisme [1], dont on peut dire qu'elles constituent un evenement scienti...que majeur pour l'humanite [2].

(2.10) La difference entre ces expressions avec celles du regime permanent est qu'au point etant une surface fermee (1.20) Ainsi, les equations de Maxwell-Faraday et Maxwell-

Ampere, enoncent respectivement que : - la variation d'un champ magnetique H cree un champ electrique E - la variation d'un champ electrique E cree un champ magnetique H Par consequent, ces deux equations permettent la propagation d'ondes electromagnetiques autoentretenues, y compris dans le vide (en l'absence de charges et de courants). Il a fallu attendre l'invention du tube triode par Lee de Forest en 1906 pour pouvoir generer de tels signaux, mais la difficulte de creer des generateurs de haute frequence etait cependant reelle, et on se contenta de travailler en basse frequence pour les besoins de l'epoque. C'est ainsi qu'on en arrive donc aux hyperfrequences et aux frequences optiques dont on sait qu'elles ont pour propriete de se propager en ligne droite et permettent de caser plus d'emetteurs que les frequences radioelectriques [5]. Elles traduisent sous forme d'equations differentielles (forme locale) les theoremes d'Ampere, Gauss, Faraday que Maxwell reunit en 1864 sous forme d'equations integrales en ajoutant au courant de conduction J dans l'equation d'Ampere le courant de deplacement de Maxwell

(terme Edited with the trial version of Foxit Advanced PDF Editor To remove this notice, visit: www.foxitsoftware.com/shopping Chapitre 2 Resolution des equations de Maxwell Comme on l'a deja dit au chapitre 1, plutot que de resoudre les equations de propagation du champ E et du champ H : $\nabla^2 E = -\frac{1}{\epsilon_0} \nabla \rho - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$ Les equations de Maxwell ne trouverent cependant de confirmation experimentale, qu'en 1887 lorsque Hertz apporta la preuve materielle de la propagation des ondes electromagnetiques en espace libre. GENERALITES SUR LA PROPAGATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES 4 1.4

Correspondance entre les deux formulations La correspondance entre la formulation differentielle et la formulation integrale donne les equivalences suivantes : - equation de Maxwell-Faraday : $\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$ decoule des proprietes mathematiques : - de la divergence du rotationnel d'un vecteur : en effet si la divergence d'un vecteur X est nulle cela signifie que ce vecteur X est le rotationnel d'un autre vecteur Y , si $\nabla \cdot X = 0 \Rightarrow X = \nabla \times Y$ - du rotationnel du gradient d'une fonction scalaire : en effet si le rotationnel d'un vecteur X est nul cela signifie que ce vecteur X est le gradient d'une fonction scalaire ϕ , si $\nabla \times X = 0 \Rightarrow X = \nabla \phi$ Dans un milieu homogene lineaire et isotrope elles s'ecrivent : - equation de Maxwell-Faraday 1

Edited with the trial version of Foxit Advanced PDF Editor To remove this notice, visit: www.foxitsoftware.com/shopping CHAPITRE 1. Les equations de propagation des potentiels appelees aussi equations d'onde de Helmholtz sont des equations differentielles inhomogenes qui s'obtiennent a partir des equations de Maxwell de la meme maniere que precedemment. Lord Rayleigh publia peu apres une analyse de la propagation guidee des ondes electromagnetiques dans des tubes rectangulaires et circulaires remplis de dielectrique [3], [4]. GENERALITES SUR LA PROPAGATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES 2 qui enonce que la variation d'un champ magnetique H cree un champ electrique E. Par exemple, un aimant en rotation cree un champ magnetique variable qui genere un champ electrique. qui enonce que les lignes de champ magnetique H sont obligatoirement fermees, et qu'il n'existe aucune charge analogue a une charge electrique. sont dues aux valeurs des densites

de charge et de courant a l'instant Edited with the trial version of Foxit Advanced PDF Editor To remove this notice, visit: www.foxitsoftware.com/shopping CHAPITRE 2. Avec l'essor de la Radioelectricite, la demande en matiere de communication, sans cesse croissante, pose alors le probleme de l'encombrement du spectre des frequences. = 0 (1.12) Les equations de Maxwell font intervenir les grandeurs physiques suivantes : – le champ electrique E , qui s'exprime en V/m ; – le champ magnetique H , qui s'exprime en A/m . On montre que la solution des equations de Helmholtz en negligeant le retard du au temps de propagation du champ electromagnetique des sources vers le point d'observation (de ? Peu apres Sir Oliver Lodge constate les proprietes directives particulieres et de ...ltre passe haut d'un tuyau metallique, precurseur du guide d'ondes classique. Dans cette quete des frequences elevees, l'invention du tube klystron par les freres Varian en 1937 constitue une avancee spectaculaire. 1.2 Equations de Maxwell sous forme differentielle Postulats de base de l'electromagnetisme, les equations de Maxwell sont des lois fondamentales de la physique. Une fois ces potentiels determines il est plus facile de retrouver les expressions du champ E et du champ H ? (2.4) Une fois ces potentiels determines il est plus facile de retrouver les expressions du champ E et du champ H ? (1.1) – equation de Maxwell–Ampere qui enonce que le champ magnetique H peut etre genere par le courant electrique J (theoreme d'Ampere), et (ou) par la variation d'un champ electrique ? On prefere travailler avec les equations de propagation des potentiels : le potentiel vecteur A et le potentiel scalaire ϕ . GENERALITES SUR LA PROPAGATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES 6 La solution des equations differentielles de Helmholtz peut s'obtenir par inversion de l'operateur $\nabla^2 + k^2 = 0$ les 6 composantes des champs E et H veri...ent des equations qui s'identi...ent a (D3) en posant $k^2 = 1/c^2 \omega^2$? Maxwell conclua alors que le champ electromagnetique peut se propager a la vitesse de la lumiere en posant ? La necessite de developper le radar qui exige une propagation tres directive se faisait elle aussi tres pressante. $\nabla \cdot B = 0$ ou $\nabla \cdot H = 0$ (1.4) avec : $D = \epsilon E$ (1.5) $B = \mu H$ (1.6) $J = \sigma E$ (1.7) A ces equations il convient d'ajouter : – la force de Lorentz : $f = q(E + v \wedge B)$ (1.8) – la loi de conservation de la charge electrique : $\nabla \cdot J + \partial \rho / \partial t = 0$ En regime harmonique les deux premieres equations de Maxwell et la loi de conservation de la charge deviennent : $\nabla \wedge E = -\partial B / \partial t$ 1.5 Equations de propagation des champs E et H : En utilisant l'identite portant sur le rotationnel du rotationnel : $\nabla \wedge (\nabla \wedge E) = \nabla(\nabla \cdot E) - \nabla^2 E$! $\nabla^2 E = -\partial^2 B / \partial t^2$? ? ? ? H) Finalement en rearrangeant les deux dernieres expressions, on obtient les equations de propagation du champ E et du champ H : $\nabla^2 E + k^2 E = -\partial^2 J / \partial t^2 + \nabla(\nabla \cdot J)$ veri...e l'equation (D1), la solution generale est donc : Edited with the trial version of Foxit Advanced PDF Editor To remove this notice, visit: www.foxitsoftware.com/shopping CHAPITRE 1. Jusque la on experimentait avec des generateurs a etincelles car on ne savait pas produire des oscillations electriques entretenues. etant le nombre d'onde Edited with the trial version of Foxit Advanced PDF Editor To remove this notice, visit: www.foxitsoftware.com/shopping CHAPITRE 1. ?) On montre que la solution physiquement acceptable des equations de Helmholtz est la solution des potentiels retardes : $A(r,t) = \int \frac{\rho(r',t-r/c)}{4\pi\epsilon_0 r'} dV'$ (1.2) – equation de Maxwell–Gauss qui decrit comment un champ electrique E est genere par des charges electriques : $\nabla \cdot D = \rho$ etant une surface fermee (1.16) Edited with the trial version of Foxit Advanced PDF Editor To remove this notice, visit: www.foxitsoftware.com/shopping CHAPITRE 1. = 0 les champs E et B satisfont a la meme equation de propagation : $\nabla^2 E + k^2 E = 0$ (1.32) $\nabla^2 H + k^2 H = 0$ (1.33) 1.7.1 Equation de D'Alembert a 1 dimension (D1) L'equation de D'Alembert a 1

dimension (D1) s'écrit : $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ (D3) étant linéaire toute superposition d'ondes planes se propageant à la vitesse c (1.38) Cette expression s'interprète comme la superposition : – d'une onde sphérique divergente – et d'une onde sphérique convergente Interprétons la solution particulière 1.1.9

Conclusion Maxwell remarqua qu'en tout point de l'espace où $\mathbf{J} = 0$ et $\rho = 0$ (1.9) qui est contenue implicitement dans l'équation de Maxwell–Ampère et que la divergence d'un rotationnel est toujours nulle on a : $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$ (1.10) $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ (1.11) Edited with the trial version of Foxit Advanced PDF Editor To

remove this notice, visit: www.foxitsoftware.com/shopping CHAPITRE 1. (1.21) $\nabla^2 \mathbf{H} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = \frac{1}{c} \nabla \times \mathbf{J}$

(1.22) Edited with the trial version of Foxit Advanced PDF Editor To remove this notice, visit: www.foxitsoftware.com/shopping CHAPITRE 1. (1.26) En résumé les équations d'onde de Helmholtz

pour les potentiels A et ϕ Edited with the trial version of Foxit Advanced PDF Editor To remove this

notice, visit: www.foxitsoftware.com/shopping CHAPITRE 1. 1.7.2 Equation de D'Alembert à 3

dimensions (D3) L'équation de D'Alembert à 3 dimensions ou équation classique des ondes s'écrit :

$\nabla^2 \mathbf{E} = -\frac{1}{\epsilon_0} \nabla \rho$ Elles représentent des ondes planes se propageant à la vitesse c (2.1) $\nabla^2 \mathbf{H} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = \frac{1}{c} \nabla \times \mathbf{J}$ (2.2)

assez difficiles à résoudre on préfère résoudre les équations de propagation des potentiels A et ϕ . 9

Edited with the trial version of Foxit Advanced PDF Editor To remove this notice, visit:

www.foxitsoftware.com/shopping CHAPITRE 2. En effet en prenant la divergence de cette équation : $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = 0$

$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$; – la densité de charge électrique ρ , qui s'exprime en C/m^3 ; – la densité de courant

électrique $\mathbf{J}$, qui s'exprime en A/m^2 ; – les constantes diélectrique ϵ_0 et μ_0 1.3 Equations de Maxwell sous

forme intégrale Le flux de l'équation $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ ce qui donne : – équation de Maxwell–Faraday : $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{1}{c} \frac{d}{dt} \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$

$= -\frac{1}{c} \frac{d}{dt} \Phi_B$ en tenant compte de la jauge de Lorentz : $\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$, on a ...nalement : $\nabla^2 \mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{1}{c} \nabla \times \mathbf{J}$

$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$ (1.31) 1.7 Propagation du champ électromagnétique En un point de

l'espace où $\mathbf{J} = 0$ et $\rho = 0$) est donc la superposition : – d'une onde plane progressive $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$: A la différence

de l'onde plane l'onde sphérique se propage en se déformant et en s'atténuant. permettra ensuite le

calcul des champs $\mathbf{E}$ et $\mathbf{B}$ (2.8) 2.2.2 La solution des potentiels retardés Soient D une distribution de

charges et de courants, Le développement de la technologie aidant, on recourt aux fréquences de plus

en plus élevées. L'intégrale de volume de l'équation $\nabla^2 \mathbf{B} = 0$ donne : $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = 0$ étant une surface fermée

(1.15) – équation de Maxwell–flux magnétique : $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = 0$ étant une surface fermée (1.19) – équation de

Maxwell–flux magnétique : $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$) $\nabla^2 \mathbf{A} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \frac{1}{c} \nabla \times \mathbf{J}$ GENERALITES SUR LA PROPAGATION DES ONDES

ELECTROMAGNETIQUES 5 assez difficiles à résoudre. 1.6 Equations d'onde des potentiels A et ϕ (1.30)

$\mathbf{F}$ étant la fonction potentielle (A potentiel vecteur et ϕ potentiel scalaire) – S étant la fonction source (

$\mathbf{J}$ densité de courant et ρ) est une grandeur scalaire fonction de la coordonnée ϕ GENERALITES SUR

LA PROPAGATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES 7 De même la grandeur ϕ En conclusion :

la solution générale de l'équation de D'Alembert à une dimension : $\frac{d^2 \phi}{dt^2} = 0$) voyageant dans le sens positif de

l'axe z) une grandeur scalaire fonction des coordonnées ϕ Elle admet pour solutions particulières des

fonctions du type : $\phi = f(z \pm ct)$ GENERALITES SUR LA PROPAGATION DES ONDES

ELECTROMAGNETIQUES 8 Fig. L'introduction du potentiel vecteur $\mathbf{A}$ et du potentiel scalaire

ϕ L'application de ces propriétés mathématiques aux équations de Maxwell $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ et $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ 2.2.1

Régime permanent Pour déterminer les expressions des potentiels A et ϕ correspond au temps de propagation du champ électromagnétique de ϕ GENERALITES SUR LA PROPAGATION DES ONDES

ELECTROMAGNETIQUES 3 $\mathbf{r} \cdot \mathbf{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$ du milieu ϵ_0 et μ_0 étant celles du vide. (1.14) – equation de Maxwell–Gauss : $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ puis en remplaçant : $(\mathbf{r} \cdot \nabla) \mathbf{E}$ par $-\nabla(\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}) + \nabla^2 \mathbf{r} \phi$ on obtient : $\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$ (1.15) L'equation de D'Alembert peut encore s'ecrire : $\nabla^2 \phi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$ Cette equation s'integre successivement en $\phi = \phi_1 + \phi_2$ puis ϕ_1 etant une primitive de ϕ_2 en : $\phi_1 = \phi_2 + \phi_3$ La solution generale de l'equation de D'Alembert est donc : $\phi = \phi_1 + \phi_2$ se propage sans deformation a la vitesse c se propage sans deformation a la vitesse c !) voyageant dans le sens negatif de l'axe z Ces fonctions ont respectivement a un instant t donne meme valeur en tout point d'un plan xy

2.1 Introduction des potentiels A et ϕ (2.6) La connaissance des potentiels A et ϕ RESOLUTION DES EQUATIONS DE MAXWELL 10

Fig.(1.3) – equation de Maxwell du flux magnetique. et etant donne que $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ etant une surface fermee contenant le volume V etant une surface fermee contenant le volume V (1.18) – equation de Maxwell–Gauss : $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$] ce qui donne $\nabla(\mathbf{r} \cdot \mathbf{A}) = 0$!(jauge de Lorentz) donc : $\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$ (1.28) ou sous forme condensee : $\nabla^2 \phi + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$ ce qui donne : $\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV'$ (1.29) : En remarquant que : $\phi = \phi_1 + \phi_2$ on constate que la grandeur ϕ – et d'une onde plane regressive $\phi = \phi_1 + \phi_2$ est solution de cette equation.

1.8 Onde spherique Un champ scalaire a symetrie spherique En explicitant le laplacien en coordonnees spheriques (D3) s'ecrit : $\nabla^2 \phi = 0$ (1.37) soit en posant $\phi = \frac{1}{r} \psi$ 2.1 – 2.2

Determination des potentiels A et ϕ a l'aide des fonctions de Green [1]. = ϕ les potentiels sont a l'instant t RESOLUTION DES EQUATIONS DE MAXWELL 11

anterior ϕ (courant de deplacement de Maxwell). donne : $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ Le flux de l'equation $\nabla \cdot \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ donne : $\nabla \cdot \mathbf{H} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ L'integrale de volume de l'equation $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ donne : $\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$ (1.13) – equation de Maxwell–Ampere : $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ (1.17) – equation de Maxwell–Ampere : $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ en remplaçant : $(\mathbf{r} \cdot \nabla) \mathbf{E}$ par $-\nabla(\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}) + \nabla^2 \mathbf{r} \phi$ Sachant que : $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ (1.23) $\mathbf{E} = -\nabla \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$ (1.29) avec : $\mathbf{F} = \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$