

COURS: SYSTEMES LOGIQUES 2024–2025 Chapitre 2 Algebre de Boole et portes logiques 1)

Introduction George Boole, mathématicien logicien est le fondateur de la logique moderne. Cas particulier : Il arrive parfois qu'une fonction soit indéterminée pour certaines combinaisons des variables, pour différentes raisons ; la plus courante est que certaines combinaisons des variables étant impossibles, on ne juge pas utile de donner une valeur particulière à la fonction pour ces combinaisons–

la.3) Fonction logique et variable binaire Une fonction logique est le résultat de la combinaison (logique combinatoire) d'une ou de plusieurs variables logiques reliées entre elles par des opérations mathématiques booléennes bien définies : la valeur résultante de cette fonction dépend de la valeur des variables logiques, et de toute façon cette résultante ne peut être que 0 ou 1. Forme somme canonique :

Une fonction logique est écrite sous forme de somme canonique si toutes les variables figurent dans chaque terme et si dans chacun de ces termes, toutes les variables sont reliées entre elles par l'opérateur Et. Par exemple, $??$ Forme produit canonique : Une fonction logique est écrite sous forme de produit canonique si toutes les variables figurent dans chaque produit et si dans chacun de ces termes, toutes les variables sont reliées entre elles par l'opérateur Ou. Par exemple, $(??b = ab a b X 0 0 0 0 1 0$

$1 0 0 1 1 1$ d) Operateur Ou (Or) Si deux variables logiques a et b sont combinées par l'addition (Ou logique) alors le résultat $X = a + b$ se traduit par le fait que : Si a et b sont a faux (= 0) alors X est a faux (= 0) sinon X est a vrai (= 1) Autrement dit, X est vrai si et seulement si au moins a ou b est vrai. Les travaux théoriques de Boole, trouveront des applications primordiales dans des domaines aussi divers

que les systèmes informatiques, les circuits électriques et téléphoniques, l'automatisme, ... Les différentes fonctions logiques de base sont décrites sous cinq formes : $?$ Cette variable binaire se note par une lettre comme en algèbre : a, b, A, B, C, F, x, ... Physiquement, cette variable peut correspondre à l'un des dispositifs cités ci-dessus dont les 2 états représentent les 2 valeurs possibles que peut prendre cette variable. Figure 1 : Chronogramme d'une fonction Et 7) Simplification des fonctions

logiques La simplification d'une expression logique, consiste à réduire cette expression à sa forme la plus simple mais équivalente, c'est-à-dire à un nombre minimal de termes et à nombre minimal de variables par terme. b) Simplification par table de Karnaugh La simplification algébrique ne donne pas

toujours nécessairement la forme minimale de l'expression, pour cela on utilise souvent un outil graphique appelé diagramme de Karnaugh qui permet de mettre une expression logique sous sa forme la plus simple possible. L'ordre des variables en abscisse et en ordonnée est choisi de telle sorte qu'entre deux cases voisines, il n'y a qu'une seule variable qui change de valeur (d'où codage en code de Gray).+

??) b) Table de vérité Pour une fonction $X = f(a, b, \dots)$, une table de vérité est un tableau qui donne la valeur de X suivant toutes les combinaisons possibles des variables a, b, ... Exemple : déterminer X sachant le tableau suivant : a b c X 0 0 0 0 0 0 1 1 0 1 0 1 0 1 1 0 1 0 0 0 1 0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 0 ISET BIZERTE 4 COURS: SYSTEMES LOGIQUES 2024–2025 $X = ??(?? + ?? ? ?? ? ?? + ?? ? ?? ? ??+ ?? .$

?? ? ?? Remarque : Une table de vérité donne alors l'expression de X sous la forme de somme canonique. c) Chronogramme Les variables binaires sont représentées par un niveau de tension lorsqu'elles sont à 1. ISET BIZERTE 1 COURS: SYSTEMES LOGIQUES 2024–2025 Table de vérité : Symbole : Chronogramme : Forme canonique : $X = a a X 0 0 1 1$ b) Operateur Non (Not) La fonction Non est obtenue avec une seule variable. Le but de la logique booléenne est de traduire des idées et

des concepts en equations, leur appliquer certaines lois et retraduire le resultat en termes logiques. L'ensemble des regles mathematiques qui pourront etre utilisees avec des variables ne pouvant prendre que 2 valeurs possibles s'appelle : l'Algebre de Boole. 2) Variable logique et variable binaire La variable logique est une grandeur qui peut prendre 2 valeurs reperees habituellement par 0 ou 1. Soient, par exemple, les deux tables de verites suivantes :

a	b	X	a	b	c	X
0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0	1
0	1	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0	1
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1
1	0	0	1	1	1	1

1 0 Completer les diagrammes de Karnaugh ci-dessous : ?? Pour ces raisons, il est beaucoup plus avantageux de considerer un systeme mathematique n'utilisant que 2 valeurs numeriques (0 et 1) pour etudier le fonctionnement de ces dispositifs : c'est le systeme binaire. Table de verite : Symbole : Chronogramme : Forme canonique : $X = a \text{ Ou } b = a + b$ a b X 0 0 0 0 1 1 0 1 1 1 1 e) Non-Ou (Nor) La fonction Nor est obtenue avec au moins deux variables. Lors du regroupement des cases nous transformons le en 0 ou en 1 suivant la convenance, suivant les simplifications qui peuvent en decouler. De nombreux dispositifs electroniques, electromecanique, (mecanique, electrique, pneumatique, ...) fonctionnent en Tout ou Rien, ils peuvent donc prendre 2 etats. Une fonction logique possede donc une ou des variables logiques d'entree et une seule variable logique de sortie. b se traduit par le fait que : Si a et b sont a vrai (=1) alors X est a vrai (=1) sinon X est a faux (=0). Pour une fonction logique a N variables, on construit un tableau de 2^N cases correspondant a toutes les combinaisons possibles des N variables. Cette fonction logique se note par une lettre comme en algebre. = ????? = ?? + ? = ???? + ???? = ???? + ?? = ?? + ?? . ?? = ?? . ?? + (?? + ??) = (?? + ??) + ?? = ?? + ?? + ?? . (?? . ??) = (?? . ??) . ?? = ?? . ?? . ?? . (?? + ??) = ?? . ?? + ?? . ?? + (?? . ??) = (?? + ??) . + ?? = ?? . ?? = ?? + ?? . 1 = ??, ?? + 0 = ??, ?? + ?? . ?? = ?? . (?? + ??) = ?? + ???? = ?? + ?? + ??) = ???? = ?? + ?? = ????????????????? + ????????? + ????????? + ?? + ??) ? = ?? . ?? + ????? + ?????, ??2 = (?? + ??)(?? + ?? + ??)??, ??3 = +??)(?? + ?? + ??) = ???? + ???? + ????????????????????????????????? + ????????? + ?????????, ??2 ? (?? + ?? + ??)(?? + ??