Chapitre 1 Generalites sur la propagation des ondes electromagnetiques 1.1 Bref historique Reprenant les travaux d'Ampere, Gauss et Faraday, J. C. Maxwell apporta en 1664 la formulation la plus complete des lois de l'electromagnetisme [1], dont on peut dire qu'elles constituent un evenement scienti...que majeur pour l'humanite [2].(2.10) La di?erence entre ces expressions avec celles du regime permanent est qu'au point ?etant une surface fermee (1.20) Ainsi, les equations de Maxwell–Faraday et Maxwell–Ampere, enoncent respectivement que : – la variation d'un champ magnetique H cree un champ electrique E – la variation d'un champ electrique E cree un champ magnetique H Par consequent, ces deux equations permettent la propagation d'ondes electromagnetiques autoentretenues, y compris dans le vide (en l'absence de charges et de courants).Il a fallu attendre l'invention du tube triode par Lee de Forest en 1906 pour pouvoir generer de tels signaux, mais la dicculte de creer des generateurs de haute frequence etait cependant reelle, et on se contenta de travailler en basse frequence pour les besoins de l'epoque.C'est ainsi qu'on en arrive donc aux hyperfrequences et aux frequences optiques dont on sait qu'elles ont pour propriete de se propager en ligne droite et permettent de caser plus d'emetteurs que les frequences radioelectriques [5].Elles traduisent sous forme d'equations di?erentielles (forme locale) les theoremes d'Ampere, Gauss, Faraday que Maxwell reunit en 1664 sous forme d'equations integrales en ajoutant au courant de conduction J dans l'equation d'Ampere le courant de deplacement de Maxwell (terme ?Edited with the trial version of Foxit Advanced PDF Editor To remove this notice, visit: www.foxitsoftware.com/shopping Chapitre 2 Resolution des equations de Maxwell Comme on l'a deja dit au chapitre 1, plutot que de resoudre les equations de propagation du champ E et du champ H : r2E + ?2??E = ???J + r 3?Les equations de Maxwell ne trouverent cependant de con...rmation experimentale, qu'en 1887 lorsque Hertz apporta la preuve materielle de la propagation des ondes electromagnetiques en espace libre.GENERALITES SUR LA PROPAGATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES4 1.4 Correspondance entre les deux formulations La correspondance entre la formulation di?erentielle et la formulation integrale donne les equivalences suivantes : – equation de Maxwell–Faraday : r ^ E = ! decoule des proprietes mathematiques : – de la divergence du rotationnel d'un vecteur : en e?et si la divergence d'un vecteur X est nul cela signi...e que ce vecteur X est le rotationnel d'un autre vecteur Y , si r?X = 0 =) X = r ^ Y – du rotationnel du gradient d'une fonction scalaire : en e?et si le rotationnel d'un vecteur X est nul cela signi...e que ce vecteur X est le gradient d'une fonction scalaire ?, si r ^ X = 0 =) X = r?Dans un milieu homogene lineaire et isotrope elles s'ecrivent : – equation de Maxwell–Faraday 1 Edited with the trial version of Foxit Advanced PDF Editor To remove this notice, visit: www.foxitsoftware.com/shopping CHAPITRE 1.Les equations de propagation des potentiels appelees aussi equations d'onde de Helmholtz sont des equations di?erentielles inhomogenes qui s'obtiennent a partir des equations de Maxwell de la meme maniere que precedemment.Lord Rayleigh publia peu apres une analyse de la propagation guidee des ondes electromagnetiques dans des tubes rectangulaires et circulaires remplis de dielectrique [3], [4].GENERALITES SUR LA PROPAGATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES2 qui enonce que la variation d'un champ magnetique H cree un champ electrique E. Par exemple, un aimant en rotation cree un champ magnetique variable qui genere un champ electrique.qui enonce que les lignes de champ magnetique H sont obligatoirement fermees, et qu'il n'existe aucune > analogue a une charge electrique.sont dues aux valeurs des densites de charge et de courant a l'instant Edited with the trial version of Foxit Advanced PDF Editor To remove this notice, visit: www.foxitsoftware.com/shopping CHAPITRE 2.Avec l'essor de la Radioelectricite, la demande en matiere de communication, sans cesse croissante, pose alors le probleme de l'encombrement du spectre des frequences.= 0 (1.12) Les equations de Maxwell font intervenir les grandeurs physiques suivantes : – le champ electrique E , qui s'exprime en ???!1 ;_ – le champ magnetique H, qui s'exprime en ?On montre que la solution des equations de Helmoltz en negligeant le retard du au temps de propagation du champ electromagnetique des sources vers le point d'observation (de ?Peu apres Sir Oliver Lodge constate les proprietes directives particulieres et de ...ltre passe haut d'un tuyau metallique, precurseur du guide d'ondes classique.Dans cette quete des frequences elevees, l'invention du tube klystron par les freres Varian en 1937 constitue une avancee spectaculaire.1.2 Equations de Maxwell sous forme di?erentielle Postulats de base de l'electromagnetisme, les equations de Maxwell sont des lois fondamentales de la physique.Une fois ces potentiels determines il est plus facile de retrouver les expressions du champ E et du champ H?(2.4) Une fois ces potentiels determines il est plus facile de retrouver les expressions du champ E et du champ H?(1.1) – equation de Maxwell–Ampere qui enonce que le champ magnetique H peut etre genere par le courant electrique J (theoreme d'Ampere), et (ou) par la variation d'un champ electrique ?On prefere travailler avec les equations de propagation des potentiels : le potentiel vecteur A et le potentiel scalaire ?.GENERALITES SUR LA PROPAGATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES6 La solution des equations di?erentielles de Helmholtz peut s'obtenir par inversion de l'operateur GBP r2 + ?2 ?= 0 les 6 composantes des champs E et H veri...ent des equations qui s'identi...ent a (D3) en posant ?2 = 1 ?0?0 ?Maxwell conclua alors que le champ electromagnetique peut se propager a la vitesse de la lumiere en posant ?La necessite de developper le radar qui exige une propagation tres directive se faisait elle aussi tres pressante.r?B = 0 ou r?H = 0 (1.4) avec : D = ?E (1.5) B = ?H (1.6) J = ?E (1.7) A ces equations il convient d'ajouter : – la force de Lorentz : f = ??(E + v ^ B) (1.8) – la loi de conservation de la charge electrique : r?J+??=0 En regime harmonique les deux premieres equations de Maxwell et la loi de conservation de la charge deviennent : r ^ E = !1.5 Equations de propagation des champs E et H : En utilisant l'identite portant sur le rotationnel du rotationnel : de E : r ^ (r ^ E) = r(r?E) ! ???H) Finalement en rearrangeant les deux dernieres expressions, on obtient les equations de propagation du champ E et du champ H : r2E + ?2??E = ???J + r 3?veri...e l'equation (D1), la solution generale est donc : Edited with the trial version of Foxit Advanced PDF Editor To remove this notice, visit: www.foxitsoftware.com/shopping CHAPITRE 1.Jusque la on experimentait avec des generateurs a etincelles car on ne savait pas produire des oscillations electriques entretenues.etant le nombre d'onde Edited with the trial version of Foxit Advanced PDF Editor To remove this notice, visit: www.foxitsoftware.com/shopping CHAPITRE 1. ?) On montre que la solution physiquement acceptable des equations de Helmoltz est la solution des potentiels retardes : A (??(1.2) – equation de Maxwell–Gauss qui decrit comment un champ electrique E est genere par des charges electriques : r?D = ?etant une surface fermee (1.16) Edited with the trial version of Foxit Advanced PDF Editor To remove this notice, visit: www.foxitsoftware.com/shopping CHAPITRE 1.= 0 les champs E et B satisfont a la meme equation de propagation : r2E + ?2??E = 0 (1.32) r2H + ?2??H = 0 (1.33) 1.7.1 Equation de D'Alembert a 1 dimension (D1) L'equation de D'Alembert a 1 dimension (D1) s'ecrit : ?2?L0 equation (D3) etant lineaire toute superposition d'ondes planes se propageant a la vitesse ??) (1.38) Cette expression s'interprete comme la superposition : – d'une onde spherique divergente – et d'une onde spherique convergente Interpretons la solution particuliere 1 ?1.9 Conclusion Maxwell remarqua qu'en tout point de l'espace ou J = 0 et ?= 0 (1.9) qui est contenue implicitement dans l'equation de Maxwell-Ampere.et que la divergence d'un rotationnel est toujours nulle on a : ????H (1.10) r ^ H = J + ???E (1.11) Edited with the trial version of Foxit Advanced PDF Editor To remove this notice, visit: www.foxitsoftware.com/shopping CHAPITRE 1.' (1.21) r2H + ?2??H = !r ^ J (1.22) Edited with the trial version of Foxit Advanced PDF Editor To remove this notice, visit: www.foxitsoftware.com/shopping CHAPITRE 1.(1.26) En resume les equations d'onde de Helmholtz pour les potentiels A et ?Edited with the trial version of Foxit Advanced PDF Editor To remove this notice, visit: www.foxitsoftware.com/shopping CHAPITRE 1.1.7.2 Equation de D'Alembert a 3 dimensions (D3) L'equation de D'Alembert a 3 dimensions ou equation classique des ondes s'ecrit : r2?Elles representent des ondes planes se propageant a la vitesse ??' (2.1) r2H + ?2??H = !r ^ J (2.2) assez dicciles a resoudre on prefere resoudre les equations de propagation des potentiels A et ?.9 Edited with the trial version of Foxit Advanced PDF Editor To remove this notice, visit: www.foxitsoftware.com/shopping CHAPITRE 2.En e?et en prenant la divergence de cette equation : r?(r ^ B) = r????!2 ; – la densite de charge electrique ?, qui s'exprime en ???!3 ; – la densite de courant electrique J, qui s'exprime en ???!2 ; – les constantes dielectrique ?1.3 Equations de Maxwell sous forme integrale Le ?ux de l'equation r ^ E = !ce qui donne : – equation de Maxwell-Faraday : I ?(!r? ! ?J = r2A+?2??A en tenant compte de la jauge de Lorentz : r?A+????? = 0, on a ...nalement : r2A+?2??A = ! ! ???A) = ?GBP r2 + ?2?!1 S (1.31) 1.7 Propagation du champ electromagnetique En un point de l'espace ou J = 0 et ?) est donc la superposition : – d'une onde plane progressive ?(?) : A la di?erence de l'onde plane l'onde spherique se propage en se deformant et en s'attenuant.permettra ensuite le calcul des champs E et B?(2.8) 2.2.2 La solution des potentiels retardes Soient D une distribution de charges et de courants, ?Le developpement de la technologie aidant, on recourt aux frequences de plus en plus elevees.L'integrale de volume de l'equation r?B = 0 donne :ZZ Z ?etant une surface fermee (1.15) – equation de Maxwell-?ux magnetique : ZZ ?etant une surface fermee (1.19) – equation de Maxwell-?ux magnetique : r?B = 0 () ZZ ?GENERALITES SUR LA PROPAGATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES5 assez dicciles a resoudre.1.6 Equations d'onde des potentiels A et ?(1.30) – F etant la fonction potentielle (A potentiel vecteur et ? potentiel scalaire) – S etant la fonction source (J densite de courant et ??) est une grandeur scalaire fonction de la coordonnee ?GENERALITES SUR LA PROPAGATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES7 De meme la grandeur ?En conclusion : la solution generale de l'equation de D'Alembert a une dimension : ?) voyageant dans le sens positif de l'axe ???) une grandeur scalaire fonction des coordonnees ??Elle admet pour solutions particulieres des fonctions du type : ??+!GENERALITES SUR LA PROPAGATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES8 Fig.L'introduction du potentiel vecteur A et du potentiel salaire ?L'application de ces proprietes mathematiques aux equations de Maxwell r?B = 0 et r ^ E = !2.2.1 Regime permanent Pour determiner les expressions des potentiels A et ?correspond au temps de propagation du champ electromagnetique de ?GENERALITES SUR LA PROPAGATION DES ONDES

ELECTROMAGNETIQUES3 r?J+ ???du mileu ?0 et ?0 etant celles du vide.(1.14) – equation de Maxwell–Gauss : ZZ ?r2H puis en remplacant : (r ^ E) par !???H (r ^ H) par J + ???E on obtient : r ^ (r ^ E) = r ^ (!L'equation de D'Alembert peut encore s'ecrire :?2 ?2?= 0 Cette equation s'integre successivement en ??= ?(?)?puis ?(?) etant une primitive de ?(?) en : ?= ?(?) + ?(?) La solution generale de l'equation de D'Alembert est donc : ?se propage sans deformation a la vitesse ?se propage sans deformation a la vitesse !?) voyageant dans le sens negatif de l'axe ??' Ces fonctions ont respectivement a un instant ?donne meme valeur en tout point d'un plan ?2.1 Introduction des potentiels A et ?(2.6) La connaissance des potentiels A et ?RESOLUTION DES EQUATIONS DE MAXWELL 10 Fig.(1.3) – equation de Maxwell du ?ux magnetique.et etant donne que r?D =?etant une surface fermee contenant le volume ?etant une surface fermee contenant le volume ?(1.18) – equation de Maxwell–Gauss : r?D = ???A)] ce qui donne r(r?A+?????) !(jauge de Lorentz) donc : r2?(1.28) ou sous forme condensee : GBP r2 + ?2?ce qui donne : F = !comme des fonctions de ????, = 0 ce qui donne : u 2 ??) : En remarquant que : ?(?on constate que la grandeur ?– et d'une onde plane regressive ?(?est solution de cette equation.1.8 Onde spherique Un champ scalaire a symetrie spherique ?En explicitant le laplacien en coordonnees spheriques (D3) s'ecrit : 1 ???2 = 0 (1.37) soit en posant ?2.1 – 2.2 Determination des potentiels A et ?a l'aide des fonctions de Green [1].= ?) les potentiels sont a l'instant ?RESOLUTION DES EQUATIONS DE MAXWELL 11 anterieur ?(courant de deplacement de Maxwell).donne :Z Z ?E?dl = ZZ ?Le ?ux de l'equation r ^ H = J+ ?D ??donne :Z Z ?H?dl = ZZ ?L'integrale de volume de l'equation r?D =?donne :ZZZ ?= ZZ Z ?= ZZ Z ?(1.13) – equation de Maxwell–Ampere : I ?(1.17) – equation de Maxwell–Ampere : r ^ H = J + ?D ??r2H en remplacant : (r?E) par ???Sachant que : B = r ^ A (1.23) E = !F = !S (1.29) avec : F = 8